

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw XI (18 III 2003)

**Zadanie 1.** Symbolem  $S(n)$  oznaczamy sumę cyfr liczby naturalnej  $n$ . Ile może wynosić  $S(n+1) - S(n)$ , gdzie  $n$  jest liczbą naturalną?

**Zadanie 2.** Liczby całkowite  $a, b, x, y$  spełniają równość

$$ax + by = bx + ay + 1.$$

Wykaż, że liczby  $a$  i  $b$  różnią się o 1.

**Zadanie 3.** Jaki ciąg cyfr należy wpisać zamiast kropek (ten sam po lewej i prawej stronie), żeby zachodziła równość

$$\frac{1}{3, \dots} = 0,3 \dots ?$$

**Zadanie 4.** Jeden z kątów trójkąta jest równy średniej arytmetycznej dwóch pozostałych kątów. Wykaż, że największy kąt tego trójkąta jest mniejszy od  $120^\circ$ .

**Zadanie 5.** Udowodnij, że czworokąt  $ABCD$  jest trapezem równoramiennym o podstawach  $AB$  i  $CD$  wtedy i tylko wtedy, gdy obwód trójkąta  $ABC$  jest równy obwodowi trójkąta  $ABD$ , a obwód trójkąta  $CDA$  jest równy obwodowi trójkąta  $CDB$ .