

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw X (25 II 2003)

Zadanie 1. Znajdź cyfrę, która nie jest ostatnią cyfrą żadnej liczby postaci $m! + n!$, gdzie m i n są liczbami naturalnymi.

Zadanie 2. Usuń niewymierność z mianownika ułamka

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3}}.$$

Zadanie 3. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich x, y zachodzi nierówność

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{4}{2+x+y}.$$

Zadanie 4. Punkt P jest wspólnym wierzchołkiem kąta prostego prostokątnych trójkątów równoramiennych PAB i PCD , przy czym podana kolejność wierzchołków każdego z trójkątów jest zgodna z ruchem wskazówek zegara oraz punkt A nie pokrywa się z punktem D . Wykaż, że prosta przechodząca przez punkt P i środek odcinka BC jest prostopadła do prostej AD .

Zadanie 5. W pewnym wielokącie zaznaczono niektóre przekątne w ten sposób, że z każdego wierzchołka wychodzi nieparzysta liczba zaznaczonych przekątnych. Wykaż, że liczba wierzchołków tego wielokąta jest parzysta.