

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw IX (11 II 2003)

Zadanie 1. Liczbę nazywamy palindromiczną, jeśli jej pierwsza cyfra jest taka sama jak ostatnia, druga cyfra jest taka sama jak przedostatnia, i tak dalej. Jaka może być różnica między dwiema kolejnymi liczbami palindromicznymi?

Zadanie 2. Wykaż, że liczba $7^{100} - 3^{100} + 7^{101} + 3^{102}$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 3. Średnią arytmetyczną liczb a i b nazywamy liczbę $\frac{a+b}{2}$, średnią geometryczną nazywamy liczbę \sqrt{ab} , a średnią harmoniczną – liczbę $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$. Udowodnij, że średnia geometryczna średniej arytmetycznej i średniej harmoniczej dwóch liczb dodatnich jest równa średniej geometrycznej tych liczb.

Zadanie 4. Piszemy cztery listy do czterech osób. Na ile sposobów możemy te listy włożyć do czterech kopert zaadresowanych do tych osób (po jednym liście do każdej koperty), żeby żaden list nie trafił do właściwej koperty?

Zadanie 5. Jaką figurą jest zakreskowana część? Oblicz jej pole, jeśli pole całego kwadratu jest równe 1.

