

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA GIMNAZJUM

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

18 II 2003

Bukiet 10

Niech $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ będą liczbami dodatnimi takimi, że

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1.$$

1. Pokaż, że dla dowolnych liczb x, y zachodzi nierówność

$$x \cdot y \leq \frac{(x + y)^2}{4}.$$

2. Zastosuj powyższą nierówność do liczb $x = a_1 + a_3 + a_5$ i $y = a_2 + a_4 + a_6$.

3. Uzasadnij nierówność

$$a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + a_4 \cdot a_5 + a_5 \cdot a_6 + a_6 \cdot a_1 < \frac{1}{4}.$$