

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły podstawowej

Zestaw I (1 X 2002)

Zadanie 1. Znajdź cyfrę A , dla której

$$AA \cdot 99 = \square \square 2 \square.$$

Zadanie 2. Znajdź wszystkie sposoby przedstawienia liczby 100 w postaci sumy dwóch liczb pierwszych.

Zadanie 3. W ogrodzie zrywano owoce. Z każdej gruszy zebrano trzy skrzynki gruszek, z każdej jabłoni dwie skrzynki jabłek, a z każdej śliwy jedną skrzynkę śliwek. Zebrano tonę owoców, przy czym każda skrzynka ważyła 20 kilogramów. Wiadomo, że połowa drzew w tym ogrodzie to śliwy, jedna trzecia to jabłonie, a jedna szóstka to grusze. Ile drzew jest w tym ogrodzie?

Zadanie 4. Ile minut na godzinę spieszy się zegar wskazówkowy, który po dokładnym nastawieniu, znów pokaże dobry czas dopiero za 60 dni?

Zadanie 5. Podziel sześciokąt foremny na cztery części z których da się złożyć dwa trójkąty równoboczne.

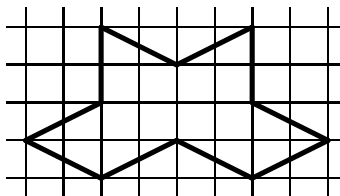
Zestaw II (15 X 2002)

Zadanie 1. Która liczba dwucyfrowa jest o 57 większa od swojej cyfry dziesiątek?

Zadanie 2. Krzyś policzył drzewa w sadzie i powiedział, że $\frac{5}{6}$ ich liczby plus półtora drzewa jest równe liczbie drzew w tym sadzie. Ile jest drzew?

Zadanie 3. Pewne urządzenie rozpoczęło pracę 1 kwietnia o godzinie 8⁰⁰ rano i ma pracować 1000 godzin. Kiedy należy wyłączyć to urządzenie?

Zadanie 4. Podziel figurę na cztery części, z których można złożyć kwadrat.



Zadanie 5. Wiadomo, że dwusieczne rombu przecinają się w jednym punkcie. Jeśli równoległobok nie jest rombem, to jego dwusieczne, przecinając się, tworzą pewien czworokąt. Jaki to czworokąt?

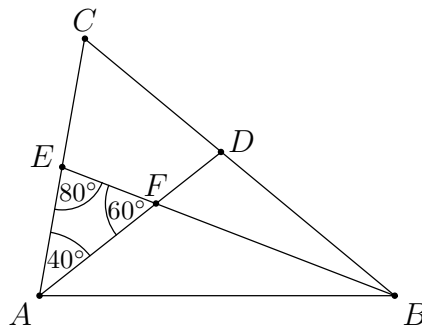
Zadanie 1. Przedstaw liczbę 42 jako sumę kilku kolejnych liczb naturalnych. Znajdź wszystkie sposoby.

Zadanie 2. 2 kilogramy pomarańczy i kilogram cytryn kosztują 7 złotych, a 2 kilogramy cytryn i kilogram pomarańczy kosztują 8 złotych. Ile kosztuje kilogram pomarańczy, a ile kilogram cytryn?

Zadanie 3. Wybierz monety dające w sumie 13 groszy tak, by wśród nich nie było jednogroszówek.

Zadanie 4. Z siedmiu patyczków o długościach 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11 ułóż prostokąt.

Zadanie 5. W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne AD i BE przecinające się w punkcie F . Miary kątów trójkąta AEF są zaznaczone na rysunku. Znajdź miary kątów trójkąta ABC .



Zadanie 1. Sprawdź równości:

$$100 + 101 + 102 + \dots + 109 + 110 = 111 + 112 + \dots + 119 + 120,$$

$$\begin{aligned} 2000 + 2001 + 2002 + \dots + 2019 + 2020 &= \\ &= 2101 + 2102 + \dots + 2119 + 2120. \end{aligned}$$

Zadanie 2. Dwie grupy turystów wyruszyły na pieszą wycieczkę. Pierwsza grupa, licząca 15 osób, pokonała trasę długości 7 km. Druga grupa składała się z 5 osób i przeszła 20 km. Zakładając, że wszyscy stawiali kroki równej długości, rozstrzygnij, która grupa postawiła więcej kroków.

Zadanie 3. Przedstaw sumę $0, (12) + 0, (21)$ w postaci ułamka zwykłego.

Zadanie 4. Liczby

1, 2, 3, 4, 5, 6

ustaw we wierzchołkach i środkach boków trójkąta tak, by sumy liczb stojących na każdym boku były równe.

Zadanie 5. Podziel kwadrat na cztery części tak, żeby z nich można było złożyć dwa kwadraty.

Zestaw V (26 XI 2002)

Zadanie 1. Liczbę nazywamy palindromiczną, jeśli jej pierwsza cyfra jest taka sama jak ostatnia, druga cyfra jest taka sama jak przedostatnia, i tak dalej. Podaj przykład dwóch pięciocyfrowych liczb palindromicznych, których różnica wynosi 11.

Zadanie 2. Ile wynosi odwrotność sumy odwrotności liczb 2, 4 i 6?

Zadanie 3. W dawnych czasach używano różnych jednostek długości. Na przykład sznur liczył 70 łokci, a pręt 14 stóp. Ponadto sznur liczył 140 stóp. Ile łokci liczył pręt?

Zadanie 4. Kwadrat podzielono trzema poziomymi i pięcioma pionowymi odcinkami na jednakowe prostokąty. Ile jest wszystkich kwadratów na rysunku?

Zadanie 5. Który z wielokątów ma 14 przekątnych?

Zestaw VI (10 XII 2002)

Zadanie 1. Dane są dwie liczby. Większa liczba jest n razy większa od mniejszej liczby. Ile razy większa od mniejszej liczby jest suma, a ile razy różnica obu liczb?

Zadanie 2. Oblicz

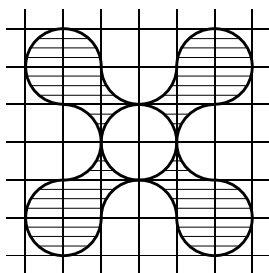
$$2001 + \frac{2001}{2000} - 2001 \cdot \frac{2001}{2000}.$$

Zadanie 3. Jeden rowerzysta jedzie z prędkością 12 kilometrów na godzinę z A do B , drugi z prędkością 18 kilometrów na godzinę z B do A . Jaka odległość będzie ich dzieliła pół godziny przed spotkaniem?

Zadanie 4. Rozetnij kwadrat 4×4 na cztery jednakowe części tak, by każda litera była w innej części.

<i>A</i>			
<i>B</i>			
	<i>C</i>	<i>D</i>	

Zadanie 5. Przyjmujemy, że pole jednej kratki jest równe 1. Oblicz pole zaznaczonej figury.



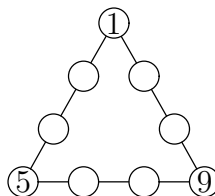
Zestaw VII (5 I 2003)

Zadanie 1. Wykaż, że liczba $10^{11} + 10^{12} + 10^{13} + 10^{14}$ jest podzielna przez 101.

Zadanie 2. W pewnej klasie $\frac{1}{2}$ uczniów najbardziej z czterech pór roku lubi wiosnę, $\frac{1}{4}$ lato, a $\frac{1}{6}$ zimą. Jaka część klasy najbardziej lubi jesień? Zakładamy, że każdy uczeń ma swą ulubioną porę roku.

Zadanie 3. Samochód przejechał dwa razy dłuższą drogę niż rower. Rower jechał trzy razy dłużej niż samochód. Ile razy szybciej od roweru jechał samochód? Zakładamy, że każdy z nich jechał cały czas ze stałą prędkością.

Zadanie 4. Uzupełnij puste miejsca liczbami 2, 3, 4, 6, 7, 8 tak, aby suma cyfr na każdym boku trójkąta była taka sama.



Zadanie 5. W prostokątnym sadzie o wymiarach $30\text{ m} \times 15\text{ m}$ posadzono drzewa owocowe w równych rzędach. Odległość między sąsiednimi drzewami w rzędzie i odległość między sąsiednimi rzędami wynosi $2,5\text{ m}$, a drzewa rosnące przy płocie są od niego odległe również o $2,5\text{ m}$. Ile drzew rośnie w tym sadzie?

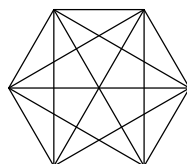
Zestaw VIII (21 I 2003)

Zadanie 1. Według "Małego Rocznika Statystycznego" granica Polski ma długość 3582 kilometrów, przy czym granica z Rosją ma 210 km, z Litwą 103 km, z Białorusią 416 km, z Ukrainą 529 km, ze Słowacją 539 km, z Czechami 790 km, a z Niemcami 467 km. Ile kilometrów ma granica morska?

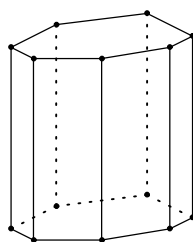
Zadanie 2. Arbuz jest o 2 kilogramy cięższy od $\frac{1}{3}$ arbuza. Ile waży arbuz?

Zadanie 3. O liczbach a, b, c, d, e, f wiadomo, że $a < b, b > c, d > e, e < f, a > c, b < e$ i $d > f$. Ustaw te liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

Zadanie 4. W sześciokącie foremnym poprowadzono wszystkie przekątne. Ile trójkątów równobocznych jest na rysunku?



Zadanie 5. Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa siedmiokątnego prostego jest równa 100 cm. Jaki jest obwód podstawy, jeśli wysokość graniastosłupa wynosi 8 cm?



Zestaw IX (4 II 2003)

Zadanie 1. Jaka jest najmniejsza, a jaka największa możliwa suma cyfr liczby stycyfrowej?

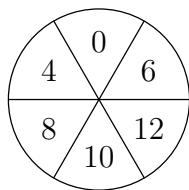
Zadanie 2. Sprawdź, czy suma

$$1212 + 2323 + 3232 + 4343$$

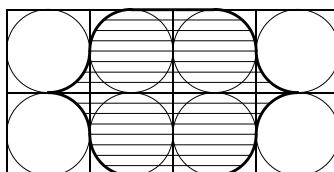
jest podzielna przez 55.

Zadanie 3. Prędkości statków często podaje się w węzłach. Węzeł to mila morska na godzinę. Mila morska to w przybliżeniu 1853 metry. Czy statek płynący z prędkością 10 węzłów przepłynie w ciągu sekundy mniej, czy więcej niż 5 metrów?

Zadanie 4. Rzucamy trzema strzałkami do tarczy. Na ile sposobów możemy otrzymać 20 punktów? Nie rozróżniamy kolejności rzutów.



Zadanie 5. Zakreskowaną figurę rozetnij na trzy części i złóż z nich kwadrat.



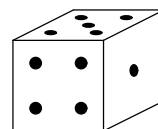
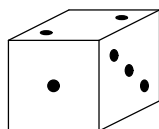
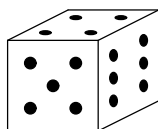
Zestaw X (18 II 2003)

Zadanie 1. Liczba 148 jest wielokrotnością liczby 37 (sprawdź). Przetwórz cyfry liczby 148 tak, aby otrzymać inne wielokrotności liczby 37.

Zadanie 2. Mieszkanie ma dwa pokoje. Duży pokój jest trzy razy większy od małego i zajmuje połowę powierzchni mieszkania. Powierzchnia kuchni stanowi $\frac{1}{7}$, a łazienki $\frac{1}{12}$ powierzchni tego mieszkania. Jaką powierzchnię ma mieszkanie, jeśli przedpokój ma wymiary $1,5\text{ m} \times 3\text{ m}$?

Zadanie 3. Babcia urodziła się 31 lipca 1932 roku, a dziadek 16 października 1929 roku. Ile dni dziadek jest starszy od babci?

Zadanie 4. Na prawidłowej kostce do gry liczby oczek 1, 2, 3, 4, 5, 6 są ułożone w ten sposób, że suma oczek na przeciwległych ścianach wynosi 7. Czy kostka przedstawiona na rysunku (w trzech położeniach) jest prawidłowa?



Zadanie 5. Czy:

- a) ostrosłup, b) graniastosłup,

może mieć 30 krawędzi?
Te same pytania dla 31, 32 i 33 krawędzi.

Zestaw XI (11 III 2003)

Zadanie 1. Podaj przykład liczby pięciocyfrowej, której suma cyfr i iloczyn cyfr są równe.

Zadanie 2. Wpisz liczby naturalne różne od 0 w puste miejsca tablicy

2		3
5		7

tak, aby iloczyny liczb stojących w każdym wierszu oraz w każdej kolumnie były równe.

Zadanie 3. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną, którą można przedstawić w postaci sumy dodatniej liczby parzystej i dodatniej liczby podzielnej przez 3:

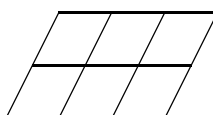
- a) na dwa sposoby,
- b) na trzy sposoby,
- c) na cztery sposoby.

Zadanie 4. Na płaszczyźnie dane są punkty A, B, C, D i E . Wiadomo, że

$$|AB| = 2, \quad |BC| = 12, \quad |CD| = 32, \quad |DE| = 14 \text{ i } |EA| = 4.$$

Znajdź długość odcinka BD .

Zadanie 5. Ile jest wszystkich równoległoboków na rysunku?



Zestaw XII (25 III 2003)

Zadanie 1. W liczbie 50-cyfrowej

$$12345678901234567890 \dots 1234567890$$

wykreśl pewną liczbę cyfr początkowych oraz pewną liczbę cyfr końcowych w taki sposób, by otrzymać liczbę, której suma cyfr wynosi 158.

Zadanie 2. Liczby naturalne od 1 do 20 ustaw w takiej kolejności, by każde dwie sąsiednie liczby różniły się co najmniej o 10.

Zadanie 3. Rycerz zawsze mówi prawdę, łotr zawsze kłamie.

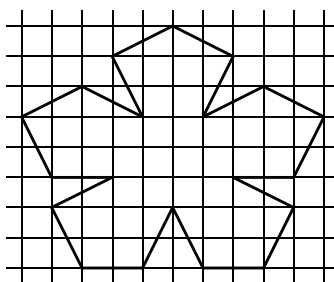
A: „Jesteśmy obaj łotrami.”

B: „*A* jest łotrem.”

Kim są *A* i *B*?

Zadanie 4. Niektóre pola tablicy 7×7 pomaluj na czarno w ten sposób, by w każdym wierszu i w każdej kolumnie były po dwa czarne pola.

Zadanie 5. Oblicz pole narysowanej figury, jeśli pole jednej kratki jest równe 1.



Zestaw XIII (8 IV 2003)

Zadanie 1. Liczby 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ustaw w takiej kolejności, by sumy liczb: pierwszej i trzeciej, drugiej i czwartej, trzeciej i piątej, czwartej i szóstej oraz piątej i siódmej, były podzielne przez 3.

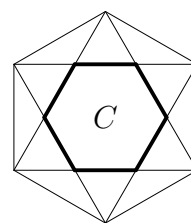
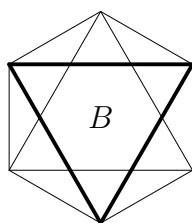
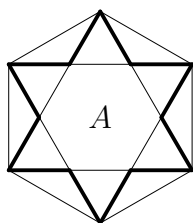
Zadanie 2. Znajdź cyfry $A < B < C$, dla których spełniona jest równość

$$ABC + CBA = 1534.$$

Zadanie 3. W pola kwadratowej tablicy 3×3 wstaw trzy litery *A*, trzy litery *B* i trzy litery *C* (po jednej literze w każde pole) tak, by w każdym wierszu i w każdej kolumnie były trzy różne litery. Znajdź wszystkie sposoby.

Zadanie 4. Przy każdym wierzchołku pięciokąta postawiono znak „+”. Znaki stojące przy trzech kolejnych wierzchołkach można zamienić na przeciwne. Ile najmniej takich zmian trzeba wykonać, aby przy każdym wierzchołku był znak „-”?

Zadanie 5. W sześciokącie foremnym narysowano następujące figury:



- a) Oblicz obwody figur A i C , jeśli obwód figury B jest równy 1.
 b) Oblicz pola figur A i C , jeśli pole figury B jest równe 1.

Zestaw XIV (22 IV 2003)

Zadanie 1. Czy z liczb całkowitych od 0 do 6 można wybrać cztery takie liczby, żeby wszystkie różnice między nimi były różne?

Zadanie 2. Ile dzielników ma liczba 2^{10} ?

Zadanie 3. Rycerz zawsze mówi prawdę, łotr zawsze kłamie.

A mówi: „ C jest rycerzem.”

B mówi: „ D jest łotrem.”

C mówi: „ E jest rycerzem.”

D mówi: „ A jest łotrem.”

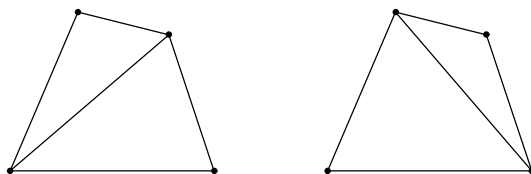
E mówi: „ B jest rycerzem.”

Kim są A , B , C , D , E , jeśli wśród nich:

- a) łotrów jest mniej niż rycerzy,
 b) łotrów jest więcej niż rycerzy?

Zadanie 4. Liczby naturalne od 1 do 16 ustaw w kwadratowej tablicy 4×4 tak, aby sumy liczb stojących w każdym wierszu i w każdej kolumnie były jednakowe.

Zadanie 5. Dwa jednakowe czworokąty wypukłe podzielono na cztery trójkąty.



Z otrzymanych trójkątów złóż równoległobok.

Zestaw XV (13 V 2003)

Zadanie 1. Czy istnieje liczba czterocyfrowa o czterech różnych cyfrach nieparzystych, podzielna przez wszystkie swoje cyfry?

Zadanie 2. Oblicz

a) $\frac{1}{101} + \frac{1}{1,01}$, b) $\frac{1}{111} + \frac{1}{11,1} + \frac{1}{1,11}$.

Zadanie 3. W tablicy

0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0

można zamieniać miejscami dwa wiersze lub dwie kolumny. Ile takich przekształceń trzeba wykonać, żeby otrzymać tablicę

0	0	0	1	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Zadanie 4. Przez ile kratek przechodzi przekątna prostokąta o wymiarach 5×3 , którego boki leżą na liniach siatki? To samo zadanie dla prostokąta o wymiarach 20×12 .

Zadanie 5. Podziel kwadrat na pięciokąty wypukłe.

Wskazówki do zadań

Zestaw I

1. Podstawiaj za A kolejne cyfry albo skorzystaj z tego, że $99 = 100 - 1$.
3. Oznacz liczbę drzew w sadzie przez n i oblicz, ile zebrano skrzynek owoców. Drugi sposób: ile jabłoni i ile śliw przypada na jedną gruszę?
4. Zauważ, że zegar spiesz się 12 godzin na 60 dni.
5. Wytnij z sześciokąta możliwie duży trójkąt równoboczny.

Zestaw II

1. Jaką cyfrę dziesiątek może mieć liczba o 57 większa od liczby jednocyfrowej?
2. Jaką część liczby drzew stanowi półtora drzewa?
3. Zamień 1000 godzin na dni.
5. Ile wynosi suma kątów, które dwie dwusieczne tworzą z bokiem równoległoboku?

Zestaw III

1. Spróbuj najpierw przedstawić liczbę 42 jako sumę dwóch, trzech, czterech, ... jednakowych liczb (niekoniecznie naturalnych).
2. Ile zapłacimy za 3 kg pomarańczy i 3 kg cytryn?
4. Zauważ, że pewien bok powinien być ułożony z jednego patyczka.
5. Wyznacz kąty trójkąta ABE .

Zestaw IV

1. Można oczywiście obliczyć sumy po obu stronach, ale spróbuj wyłączyć po prawej stronie pierwszej równości sumę $1 + 2 + \dots + 9 + 10$, a po prawej stronie drugiej równości sumę $1 + 2 + \dots + 19 + 20$.
2. Ile kilometrów przeszli w sumie członkowie każdej z grup?
3. Najpierw dodaj ułamki dziesiętne, potem zamień na ułamek zwykły.
4. Zauważ, że różnica liczb stojących we wierzchołkach A i B powinna być równa różnicy liczb stojących w środkach boków BC i AC .
5. Podziel kwadrat na cztery trójkąty.

Zestaw V

1. Zauważ, że ostatnie cyfry szukanych dwóch liczb palindromicznych powinny być różne, czyli ich pierwsze cyfry też będą różne.
2. Najpierw wypisz odwrotności liczb 2, 4 i 6. Następnie oblicz sumę wypisanych odwrotności. Na końcu napisz odwrotność obliczonej sumy.

3. Ile stóp ma 1 łokieć?
4. Z ilu prostokątów mogą być zbudowane mniejsze kwadraty?

Zestaw VI

1. Oznacz większą liczbę przez a , mniejszą przez b i zapisz warunek zadania.
2. Wyłącz 2001 przed nawias.
3. Jakie będą odległości rowerzystów od miejsca spotkania pół godziny przed spotkaniem?
4. Z ilu kwadratów powinna się składać jedna część? Jaki może mieć kształt?
5. Na tym samym rysunku narysuj kwadrat 4×4 .

Zestaw VII

1. Oblicz tę sumę lub skorzystaj z tego, że $101 = 1 + 10^2$.
2. Jaka część klasy lubi inne pory roku niż jesień?
3. Gdyby samochód jechał tyle samo czasu co rower, to ile razy dalej by zajechał?
5. Ile jest poziomych, a ile pionowych rzędów?

Zestaw VIII

1. Ile kilometrów ma granica lądowa?
2. Ile waży arbuz po odcięciu $\frac{1}{3}$?
3. Zaczynij od jednej z liczb i dopisuj kolejno mniejsze lub większe.
4. W tym sześciokącie są trzy rodzaje trójkątów równobocznych.
5. Ile wynosi suma długości wszystkich krawędzi bocznych?

Zestaw IX

1. Ile jakich cyfr mogą mieć te liczby?
2. Można oczywiście obliczyć tę sumę, ale wystarczy popatrzeć na pierwszą i ostatnią oraz na drugą i trzecią liczbę.
3. Ile razy mniejszą odległość przeplynie statek w ciągu sekundy niż w ciągu godziny?
5. Łuki okręgów powinny się dopasować.

Zestaw X

1. Skorzystaj z tego, że 111 jest podzielne przez 37.
2. Jaką część mieszkania zajmuje przedpokój?
3. Po ilu dniach będzie 16 października w kolejnych latach?
4. Narysuj ściany sąsiadujące ze ścianą z 1 oczkiem.
5. Ile krawędzi ma ostrosłup n -kątny, a ile graniastosłup n -kątny?

Zestaw XI

1. Iloczyn nie może być zbyt duży, więc powinny w nim występować jedynki.
2. Każdy iloczyn musi być podzielny przez 2, 3, 5 i 7.
3. Ułóż fragment tabliczki dodawania dodatnich liczb parzystych i dodatnich liczb podzielnych przez 3.
4. Rozważ najdłuższy odcinek i spójrz na pozostałe.

Zestaw XII

1. Ile wynosi suma dziesięciu kolejnych cyfr tej liczby? Ile takich dziesiątek potrzebujesz?
2. Które liczby mogą mieć tylko jednego sąsiada? Widząc po dwie końcowe liczby z każdej strony można się domyśleć, jak uzupełnić całą resztę.
3. Czy A może być rycerzem?
4. Najpierw pomaluj w ten sposób tablicę 3×3 .
5. Odetnij z figury trójkąty prostokątne 1×2 . Drugi sposób: podziel figurę na jednakowe wielokąty.

Zestaw XIII

1. Na których miejscach powinny stać liczby 0, 3 i 6?
2. Ile wynosi $A + C$?
3. Ustaw dowolne litery w lewym górnym i prawym dolnym rogu. Co można ustawić w lewym dolnym i prawym górnym rogu?
4. Narysuj wszystkie nowe układy znaków, jakie można otrzymać po kolejnych zmianach.
5. Z jakich jednakowych, mniejszych figur zbudowane są figury A , B i C ?

Zestaw XIV

1. Jeśli szukane liczby ustawimy w kolejności od najmniejszej do największej: A, B, C, D , to różnice $B - A$, $C - B$ i $D - C$ powinny być różne.
2. Dzielniki liczby 2^{10} są potęgami liczby 2.
3. Co można powiedzieć o X i Y , jeśli X mówi: „ Y jest rycerzem”?
5. Te trójkąty możesz złożyć tylko wzdłuż równych boków.

Zestaw XV

1. Najpierw się zajmij podzielnością przez 9 lub przez 3.
2. Łatwo odgadnąć wspólny mianownik.
3. Najpierw uporządkuj pierwszy wiersz lub pierwszą kolumnę.
4. Prostokąt 20×12 podziel na prostokąty 5×3 .
5. Wewnątrz kwadratu umieść dwa pięciokąty o wspólnym boku.