

Wstęp do matematyki
Zestaw 9 – relacje porządkujące

1. Wyznaczyć elementy największe, najmniejsze, maksymalne i minimalne w następujących zbiorach częściowo uporządkowanych.

- (1) Zbiór $\mathbb{N}$ uporządkowany przez relację podzielności.
- (2) Zbiór $\mathbb{N} \cup \{0\}$ uporządkowany przez relację podzielności.
- (3) Zbiór $\mathbb{N} \setminus \{1\}$ uporządkowany przez relację podzielności.
- (4) Zbiór wspólnych dzielników liczb naturalnych m i n uporządkowany przez relację podzielności.
- (5) Rodzina podzbiorów zbioru X uporządkowana przez relację inkluzji.
- (6) Rodzina podzbiorów właściwych zbioru X uporządkowana przez relację podzielności ($|X| \geq 2$).

2. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego, w którym jest dokładnie jeden element maksymalny i nie ma elementu największego.

3. Podać przykład relacji porządkującej zbiór liczb naturalnych, w której każdy element ma poprzednik i następnik.

4. Czy zbiór ciągów o wyrazach naturalnych uporządkowany przez relację

$$(a_n)R(b_n) \iff \forall_n a_n \leq b_n$$

jest liniowo uporządkowany?

5. Czy zbiór ciągów o wyrazach naturalnych uporządkowany przez relację

$$(a_n)R(b_n) \iff (\exists_k ((\forall_{n < k} a_n < b_n) \wedge a_k = b_k)) \vee (\forall_n a_n = b_n)$$

jest liniowo uporządkowany?