

Programowanie liniowe
Zestaw 5

1. Znaleźć zadanie dualne do danego zadania.

(a) $4x_1 + 32x_2 + 8x_3 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0; \end{cases}$$

(b) $20x_1 + 6x_2 - 15x_3 \rightarrow \max$ przy warunkach

$$\begin{cases} -16x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 \leq 1, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0; \end{cases}$$

(c) $2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 2, \\ x_1 - x_3 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \leq 0. \end{cases}$$

2. Sprawdzić, która z par wektorów x i y stanowi parę rozwiązań optymalnych zadania

$$4x_1 + 6x_2 + 8x_3 \rightarrow \min$$

przy warunkach

$$\begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_2 + x_3 - x_5 = 3, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0, \end{cases}$$

i zadania do niego dualnego.

(a) $x = [2, 3, 0, 0, 0]^T, y = [4, 6]^T,$

(b) $x = [0, 3, 0, 0, 0]^T, y = [0, 6]^T,$

(c) $x = [2, 5, 0, 0, 0]^T, y = [1, 3]^T.$

3. Korzystając z twierdzenia o różnicach dopełniających sprawdzić, czy wektor x jest rozwiązaniem optymalnym danego zadania.

(a) $x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$ przy warunkach

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, \end{cases}$$

$$x = [1, 1, 0]^T.$$

(b) $x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$ przy warunkach

$$\begin{cases} 4x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, \end{cases}$$

$$x = [1, 0, 1]^T.$$

(c) $-3x_1 - 6x_2 + 10x_3 - 3x_4 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 + x_6 = 10, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + x_7 = 8, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0, \end{cases}$$

$$x = [4, 2, 0, 0, 0, 8, 0]^T.$$

4. Stosując dualny algorytm sympleks rozwiązać następujące zadania programowania liniowego.

(a) $x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_3 - 5x_4 + x_6 = 3, \\ 3x_2 - x_3 - x_4 + x_7 = -4, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0. \end{cases}$$

(b) $2x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} -2\frac{1}{2}x_1 - x_2 + x_3 = -15, \\ -x_1 + x_2 + x_4 = -5, \\ -2x_1 + 4x_2 + x_5 = 28, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

(c) $2x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 \rightarrow \min$ przy warunkach

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + x_5 = 20, \\ -2x_1 - 16x_2 - x_3 - x_4 + x_6 = -4, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 + 10x_4 + x_7 = -10, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0. \end{cases}$$