

MATEMATYKA DYSKRETNA II
ZESTAW 6

1. Niech $m(n, k)$ oznacza maksymalną możliwą ilość słów w kodzie $C \subset \mathbb{F}_2^n$, którego minimalna odległość jest nie mniejsza niż k . Udowodnić następujące własności symbolu $m(n, k)$.

- (a) $m(n + d, d) \geq 2m(n, d)$.
- (b) $m(2n, d) \geq (m(n, d))^2$.
- (c) $(\sum_{i=0}^k \binom{n}{i})m(n, 2k + 1) \leq 2^n$.

2. Udowodnić, że kod ISBN jest rozpoznaje tzw. „czeski błąd”, polegający na przestawieniu dwóch kolejnych znaków.

3. Wyznaczyć minimalną odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_2^8$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zakładając, że przy przesyłaniu ośmiu bitów występuje co najwyżej jeden błąd, określić jaki ciąg był przesyłany, jeśli otrzymano ciąg v .

- (a) $v = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
- (b) $v = (0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0)$.
- (c) $v = (0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$.

4. Wyznaczyć minimalną odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_2^7$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Wyznaczyć minimalną odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_3^8$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć bazę liniową kodu C nad $\mathbb{F}_3$.