

MATEMATYKA DYSKRETNA II
ZESTAW 5

1. Jeśli $\varphi : \mathbb{F} \rightarrow \mathbb{F}'$ jest homomorfizmem ciał, to funkcja φ jest injekcją.

2. Jeśli $f \in \mathbb{F}[X]$, $f \neq 0$, to zbiór $\mathbb{F}[X]/f$ wraz z działaniami $+$ i $*$ zdefiniowanymi na wykładzie jest pierścieniem (przemiennym z jedynką).

3. Niech $\mathbb{F}$ będzie ciałem oraz $f \in \mathbb{F}[X]$, $f \neq 0$. Jeśli pierścień $\mathbb{F}[X]/f$ jest ciałem, to wielomian f jest nierozkładalny.

4. Niech G będzie skończoną grupą abelową. Jeśli

$$r := \max\{|\alpha| : \alpha \in G\},$$

to $\alpha^r = 1$ dla wszystkich elementów $\alpha \in G$.

5. Jeśli $\mathbb{F}$ jest ciałem charakterystyki p , to

$$(\alpha + \beta)^{p^n} = \alpha^{p^n} + \beta^{p^n}$$

dla wszystkich elementów $\alpha, \beta \in \mathbb{F}$ oraz liczb $n \in \mathbb{N}_+$.

6. Jeśli $n \in \mathbb{N}_+$ i $k, l \in \mathbb{N}$, to

$$(n^k - 1, n^l - 1) = n^{(k,l)} - 1.$$

7. Jeśli $\mathbb{F}$ jest ciałem i $k, l \in \mathbb{N}$, to

$$(X^k - 1, X^l - 1) = X^{(k,l)} - 1.$$

8. Wyznaczyć liczbę wielomianów nierozkładalnych stopni nie większych niż 8 nad ciałem $\mathbb{F}_2$.

9. Udowodnić, że jeśli $p \in \mathbb{P}$ i $f \in \mathbb{F}_p[X]$, to $f' = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje wielomian $g \in \mathbb{F}_p[X]$ takie, że $f = g^p$.