

MATEMATYKA DYSKRETNA II
ZESTAW 1

1. Udowodnić Lemat 1.1 z wykładu.

2. Udowodnić Lemat 1.2 z wykładu.

3. Niech p będzie ścieżką w sieci Γ . Udowodnić, że funkcja δ_Γ^p jest przepływem w sieci Γ takim, że $|\delta_\Gamma^p| = c_\Gamma(p)$.

4. Dany jest graf G , funkcja przepustowości $c : E_G^* \rightarrow \mathbb{R}_+$, oraz wyróżnione wierzchołki $s_1, \dots, s_n$ i $t_1, \dots, t_m$ będące źródłami i ujściami, odpowiednio. Zaproponować efektywny algorytm znajdowania maksymalnego przepływu dla powyższej sieci przy założeniu, że znamy już efektywny algorytm znajdowania maksymalnego przepływu dla sieci z jednym źródłem i jednym ujściem.

5. Dany jest graf G , funkcja przepustowości $c : E_G^* \rightarrow \mathbb{R}_+$, wyróżnione wierzchołki $s_1, \dots, s_n$ i $t_1, \dots, t_m$ będące źródłami i ujściami, odpowiednio, oraz nieujemne liczby rzeczywiste $p_1, \dots, p_n$ i $q_1, \dots, q_m$ takie, że $\sum_{i \in [1, n]} p_i = \sum_{i \in [1, m]} q_i$. Zaproponować efektywny algorytm znajdowania przepływu dla powyższej sieci, który jest maksymalny wśród wszystkich przepływów f , dla których $f(s_i, V_G) = p_i$ dla wszystkich $i \in [1, n]$ oraz $f(V_G, t_i) = q_i$ dla wszystkich $i \in [1, m]$.

6. Spójnością krawędziową grafu G nazywamy liczbę

$$\min\{k \in \mathbb{N} \mid \text{istnieje } S \subset E_G \text{ taki, że graf } (V_G, E_G \setminus S) \text{ nie jest spójny}\}.$$

Wyjaśnić w jaki sposób można wykorzystać algorytm znajdowania maksymalnego przepływu do wyznaczenia spójności krawędziowej grafu.

7. Zbadać czy algorytm Forda–Fulkersona ma własność stopu.