

Algebra liniowa z geometrią II
Zestaw 8

1. Określić typ metryczny i afiniczny następujących hiperpowierzchni w $\mathbb{R}^2$. Wskazać odpowiednie przekształcenia układu współrzędnych prowadzące do postaci kanonicznej.

(a) $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$.

(b) $3x^2 + 2xy + 3x^2 + 4x + 4x - 4 = 0$.

(c) $x^2 + 5xy - 14y^2 = 0$.

(d) $2y^2 + 8x + 12y - 3 = 0$.

2. Określić typ metryczny i afiniczny następujących hiperpowierzchni w $\mathbb{R}^3$. Wskazać odpowiednie przekształcenia układu współrzędnych prowadzące do postaci kanonicznej.

(a) $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy - 8xz + 4yz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0$.

(b) $2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2xy - 4xz + 2xz + 2x - 10y - 2z - 1 = 0$.

(c) $7x^2 + 7y^2 + 16z^2 - 10xy - 8xz - 8yz - 16x - 16y - 8z + 72 = 0$.

3. W zależności od parametru λ określić typ hiperpowierzchni

$$(1 + \lambda)x^2 + (1 - \lambda)y^2 + 2x + 1 = 0$$

w $\mathbb{R}^2$.

4. Dla jakiej wartości parametru λ równanie

$$x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y + \lambda = 0$$

opisuje dwie przecinające się proste?

5. Dla jakiej wartości parametru λ równanie

$$x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x + 2y + \lambda = 0$$

opisuje punkt?

6. Dla jakiej wartości parametrów λ, μ równanie

$$2x^2 + \lambda xy + 2y^2 - 7x + \mu y + 3 = 0$$

opisuje dwie proste równoległe?