

Algebra liniowa z geometrią II
Zestaw 6

1. Napisać równanie hiperboli o ogniskach położonych na osi OX mając dane równanie asymptot $y = \pm \frac{5}{12}x$ i odległości między ogniskami $2c = 26$.
2. Dana jest hiperbola $x^2 - y^2 = 8$. Napisać równanie hiperboli współogniskowej przechodzącej przez punkt $A(-5, 3)$.
3. Napisać równania stycznych do hiperboli $4x^2 - y^2 = 4$ poprowadzonych z punktu $A(1, 4)$.
4. Udowodnić, że punkty przecięcia stycznej do hiperboli z jej asymptotami i ogniska leżą na jednym okręgu.
5. Udowodnić, że suma odwrotności długości odcinków, na które ognisko hiperboli dzieli przechodzącą przezeń cięciwę, jest stała.
6. Napisać równanie paraboli o wierzchołku w początku układu współrzędnych, symetrycznej względem osi OX i przechodzącej przez $A(-2, 4)$.
7. Z punktu $A(0, 3)$ poprowadzić styczne do paraboli $y^2 = 36x$.
8. Wykazać, że wierzchołek paraboli $y^2 = 2px$ jest środkiem odcinka wyznaczonego przez punkt przecięcia dowolnej stycznej do paraboli z osią OX i rzut punktu styczności na oś OX .
9. Udowodnić, że jeżeli poprowadzimy styczne do paraboli z dowolnego punktu leżącego na kierownicy, to prosta łącząca punkty styczności przechodzi przez ognisko tej paraboli.