

Algebra liniowa z geometrią II

Zestaw 2

W poniższych zadaniach symbol $\times$ oznacza iloczyn wektorowy.

1. Obliczyć $|v \times w|$, jeśli $|v| = 2$, $|w| = 5$ i $v \cdot w = 6$.
2. Uprościć wyrażenie $(2v - 5w) \times (3v + 4w)$.
3. Obliczyć $(v \times w)^2 + 2v \cdot w$, gdzie v i w są wektorami jednostkowymi.
4. Wektory v , w i u mają wspólny początek, przy czym wektory v i w są bokami trójkąta, zaś u jego środkową. Udowodnić, że $v \times w + w \times u + u \times v = 0$.
5. Obliczyć pole równoległoboku zbudowanego na wektorach $v = p - 2q$ i $w = 2p + 4q$, gdzie $|p| = 2$, $|q| = 3$ oraz kąt między wektorami p i q wynosi $\frac{\pi}{3}$.
6. Dane są trzy punkty $A(1, 3, -2)$, $B(-5, 2, 1)$ i $C(7, 2, -6)$. Na płaszczyźnie xOy znaleźć taki punkt D , aby wektor $\vec{CD}$ był współliniowy z wektorem $\vec{AB}$.
7. Dane są dwa wektory $\vec{AB} = [1, 2, 2]$ i $\vec{AC} = [3, -6, 6]$. Znaleźć wektor jednostkowy $\vec{AD}$ dzielący na połowy kąt między wektorami $\vec{AB}$ i $\vec{AC}$.
8. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A(-1, 4)$, $B(-4, 0)$ i $C(3, 1)$. Znaleźć kąt pomiędzy wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A i bokiem AC .
9. Dane są dwa wektory $v = [3, -1, 5]$ i $w = [1, 2, -3]$. Znaleźć wektor x prostopadły do osi Oz i spełniający warunki $x \cdot v = 9$ i $x \cdot w = -4$.
10. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach $A(3, 4, -3)$, $B(6, 2, 3)$ i $C(0, -1, 5)$.