

Algebra Liniowa z Geometrią
Zestaw 17
Kryterium Sylwestera, macierz ortogonalna

1. Dla jakich wartości λ forma kwadratowa $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ jest dodatnio określona?

- (1) $f(x) = 5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$
- (2) $f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 2x_1x_3.$
- (3) $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3.$
- (4) $f(x) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 10x_1x_3 + 6x_2x_3.$

2. Dla jakich wartości parametru λ forma kwadratowa $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ jest ujemnie określona.

- (1) $f(x) = -x_1^2 + \lambda x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_2x_3.$
- (2) $f(x) = -\lambda x_1^2 - 2x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$

3. Znaleźć postać kanoniczną (i odpowiednią bazę) macierzy ortogonalnej A .

- (1) $A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$
- (2) $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ 1 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}.$
- (3) $A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$
- (4) $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$