

Algebra Liniowa z Geometrią
Zestaw 10
Elementy geometrii analitycznej

1. Napisać równanie w postaci ogólnej płaszczyzny zadanej w postaci parametrycznej następująco:

$$x_1 = 2t - s, \quad x_2 = 1 + 3t, \quad x_3 = -3 + s, \quad s, t \in \mathbb{R}.$$

2. Sprawdzić, czy prosta l zawarta jest w płaszczyźnie $4x_1 + 3x_2 - x_3 + 3 = 0$.

(1) $l : x_1 = 1 + 2t, x_2 = -3 - t, x_3 = -2 + 5t, t \in \mathbb{R}.$

(2) $l : x_1 = 1 + 4t, x_2 = 7t, x_3 = 2 + 3t, t \in \mathbb{R}.$

(3) $l : x_1 = -2 + 3t, x_2 = 5 + 4t, x_3 = t, t \in \mathbb{R}.$

3. Znaleźć postać parametryczną równania prostej będącej przekrojem płaszczyzn π_1 i π_2 .

(1) $\pi_1 : 4x_1 + x_3 - 1 = 0, \pi_2 : x_1 - 2x_2 + 3 = 0.$

(2) $\pi_1 : 3x_1 + x_2 - x_3 + 4 = 0, \pi_2 : x_2 + 2x_3 - 8 = 0.$

4. Znaleźć punkt przecięcia prostej l z płaszczyzną π .

(1) $l : x_1 = -1 + 2t, x_2 = 3 + 4t, x_3 = 3t, t \in \mathbb{R},$

$\pi : 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5 = 0.$

(2) $l : x_1 = 13 + 8t, x_2 = 1 + 2t, x_3 = 4 + 3t, t \in \mathbb{R},$

$\pi : x_1 = 2 - r + s, x_2 = 2r - 3s, x_3 = 2 + s, r, s \in \mathbb{R}.$

(3) $l : 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 1 = 0,$

$\pi : x_1 + x_2 + x_3 + 1 = 0.$

5. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $(2, 3, 1)$ oraz punkt przecięcia prostych

$$x_1 = 1 + t, \quad x_2 = -2t, \quad x_3 = 1 + 3t, \quad t \in \mathbb{R},$$

z płaszczyzną

$$4x_1 - x_2 + 3x_3 + 1 = 0.$$

6. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $(2, 3, 1)$ oraz równoległej do płaszczyzn

$$6x_1 - x_2 + x_3 - 2 = 0$$

i

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 1 = 0.$$

7. Zbadać wzajemne położenie następujących prostych l_1 i l_2 .

(1) $l_1 : x_1 = 1 - t, x_2 = 3 + t, x_3 = -6t, t \in \mathbb{R},$

$l_2 : x_1 = 4 + 2t, x_2 = -t, x_3 = 2t + 1, t \in \mathbb{R}.$

(2) $l_1 : x_1 + 2x_2 - x_3 - 3 = 0, 3x_1 - x_2 + x_3 + 1 = 0,$

$l_2 : 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 1 = 0, x_1 + x_2 - 2 = 0.$

- (3) $l_1 : x_1 = 2 + 4t, x_2 = -6t, x_3 = -1 - 8t, t \in \mathbb{R},$
 $x_1 = 7 - 6t, x_2 = 2 + 9t, x_3 = 12t, t \in \mathbb{R}.$
(4) $l_1 : x_1 = 1 + 2t, x_2 = 7 + t, x_3 = 3 + 4t, t \in \mathbb{R},$
 $l_2 : x_1 = 6 + 3t, x_2 = -1 - 2t, x_3 = -2 + t, t \in \mathbb{R}.$
(5) $l_1 : x_1 = 9t, x_2 = 5t, x_3 = -3 + t, t \in \mathbb{R},$
 $l_2 : 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 9 = 0, x_1 - 2x_2 + x_3 + 3 = 0.$

8. Zbadać wzajemne położenie prostej l i płaszczyzny π .

- (1) $l : x_1 = 12 + 4t, x_2 = 9 + 3t, x_3 = 1 + t, t \in \mathbb{R},$
 $\pi : 3x_1 + 5x_2 - x_3 - 2 = 0.$
(2) $l : x_1 = 13 + 8t, x_2 = 1 + 2t, x_3 = 4 + 3t, t \in \mathbb{R},$
 $\pi : x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0.$
(3) $l : 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 10 = 0, x_1 + x_2 + x_3 + 5 = 0,$
 $\pi : x_2 + 4x_3 + 17 = 0.$

9. Znaleźć równanie płaszczyzny wyznaczonej przez proste

$$x_1 = 2 + 3t, x_2 = -1 + 2t, x_3 = 3 - 2t, t \in \mathbb{R},$$

i

$$x_1 = 1 + 3t, x_2 = 2 + 2t, x_3 = -3 - 2t, t \in \mathbb{R}.$$

10. Dla jakiej wartości parametru a płaszczyzna π jest równoległa do prostej l ?

- (1) $\pi : ax_1 + 3x_2 - 5x_3 - 1 = 0,$
 $l : x_1 = 1 + 4t, x_2 = -2 + 3t, x_3 = t, t \in \mathbb{R}.$
(2) $\pi : x_1 - 3x_2 + x_3 - 4 = 0,$
 $l : 2x_1 - ax_2 + x_3 - 1 = 0, x_1 - x_2 + x_3 + 2 = 0.$

11. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $(2, 3, 1)$ i przecinającej proste

$$x_1 + x_2 = 0, x_1 - x_2 + x_3 + 4 = 0,$$

i

$$x_1 + 3x_2 - 1 = 0, x_2 + x_3 = 0.$$

12. Znaleźć równanie prostej równoległej do płaszczyzn

$$3x_1 + 12x_2 - 3x_3 - 5 = 0 \quad \text{i} \quad 3x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 7 = 0$$

i przecinającej prostej

$$x_1 = 3 - 2t, x_2 = -1 + 3t, x_3 = 2 + 4t, t \in \mathbb{R},$$

$$x_1 = -5 + 2t, x_2 = 3 - 4t, x_3 = -1 + 3t, t \in \mathbb{R}.$$