

Algebra Liniowa z Geometrią
Zestaw 6
Macierze odwracalne

1. Wyznaczyć macierze odwrotne do następujących macierzy.

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$.

(2) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$.

(3) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

(5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$.

2. Dla jakich wartości a macierz

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & a \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

jest odwracalna?

3. Rozwiązać następujące równania macierzowe.

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

(2) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.

4. Rozwiązać następujące równania macierzowe.

(1) $(A^{-1}X^T A)^{-1} + (A^T B(A^{-1})^T)^T = I_2$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ oraz $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

(2) $(B^{-1}(X^{-1} - I_3))^{-1} = (A^{-1})^T B$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & -5 \end{bmatrix}$ oraz $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.