

Algebra Liniowa z Geometrią
Zestaw 5
Wyznaczniki

1. Wylczyć następujące wyznaczniki.

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}.$$

$$(2) \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}.$$

$$(3) \begin{vmatrix} \log_a b & 1 \\ 1 & \log_b a \end{vmatrix}.$$

2. Wylczyć następujące wyznaczniki.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 1 & i \\ 1-i & -i & 1 \end{vmatrix}.$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ \varepsilon^2 & 1 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon^2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ gdzie } \varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

3. Wylczyć następujące wyznaczniki.

$$(1) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$(3) \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Rozwiązać następujące równania.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -3 & -1 \\ x & -3 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & x & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -2x + 4.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ x^2 & 3 & -1 & x \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -5.$$

5. Obliczyć następujące wyznaczniki.

$$(1) \begin{vmatrix} x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{vmatrix}.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$$

$$(3) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \\ 3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & \dots & 0 \end{vmatrix},$$

$$(4) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{vmatrix}.$$