Villetaneuse, 16.10.2000

Mariusz Lemańczyk

Trochę o przeszłości – spotkania toruńsko-wrocławskie (1986-1999)

Uczestnicy spotkań z Torunia: M. Binkowska, W. Bułatek[1], K. Frączek, P. Hanus, B. Kamiński, J. Kwiatkowski, M. Lemańczyk, M.K. Mentzen, T. Rojek, A. Siemaszko, A. Sikorski, D. Skrenty, J. Szymański, A. Świderski, M. Wata.

Uczestnicy spotkań z Wrocławia: T. Downarowicz, B. Frej, A. Iwanik[2], Z. Kowalski, J. Mierczyński, T. Nadzieja, R. Rębowski, C. Ryll-Nardzewski[3], P. Sachse, J. Serafin, J. Woś[4].

Spotkania toruńsko-wrocławskie rozpoczęły się w drugiej połowie lat 80-tych. Polegały one na tym, że poszczególni członkowie zespołu przyjeżdżającego przedstawiali swoje najnowsze rezultaty, które często nie miały nawet charakteru materiału przygotowanego do publikacji. Prezentujący wyniki na ogół nie mogł czuć się komfortowo dlatego, że założenia tych spotkań były proste – wszyscy (może lepiej powiedzieć, prawie wszyscy) uczestnicy tych spotkań chcieli zrozumieć nie tylko osiagnięte wyniki i ich znaczenie, ale dodatkowo chcieli zrozumieć dowody. Ponadto zdarzały się pytania o charakterze ogólnym, czy wreszcie stawiano problemy. Stąd zdarzało się, że referujący bywał w dość kłopotliwej sytuacji, tym bardziej, że potrafiły być i dogrywki – ci, którzy byli zainteresowani zaprezentowanym wynikiem, umawiali się na dodatkowe spotkanie. Przypominam sobie sytuację ze spotkania we Wrocławiu w 1989 roku, na które przyjechałem z dowodem istnienia niekoalescentnych produktów Anzaia (była to odpowiedź na pytanie postawione przez B. Kamińskiego i J.-P. Thouvenota). W czasie popołudniowej dogrywki ówcześni docenci: A. Iwanik i Z. Kowalski byli tak wymagającymi słuchaczami, że prezentacja konstrukcji zajęła kilka godzin. Oczywiście referujący wyniki nie mogli czuć się ,,skrzywdzeni", z tych spotkań zawsze wynosili korzyści – pełniejsze zrozumienie własnych wyników i ich dowodów. Nie przypominam sobie, aby w czasie tych spotkań przedstawiono wynik, który później okazał się być nieprawdziwy, ale różne niezręczności się zdarzały.

Trzeba od razu powiedzieć, że Profesor A. Iwanik był od samego początku tych spotkań postacią dominującą. Przyczyna była prosta – był on matematycznym erudytą, a ponadto świetnym naukowcem. Myślę ponadto, że w latach

[1] podkreślone nazwisko oznacza, że dana osoba uczestniczyła w spotkaniach od samego początku

[2] zmarł w 1998 roku

[3] Profesor Ryll-Nardzewski był obecny praktycznie na wszystkich spotkaniach organizowanych we Wrocławiu

[4] zmarł w 1988 roku

osiemdziesiątych ta erudycja Prof. Iwanika nie była do końca wykorzystywana. Wynikało to z faktu, że większość matematyków zespołu toruńskiego zajmowała się wyłącznie abstrakcyjną teorią ergodyczną, a w jej ramach dość wąskim zakresem zagadnień i choć nie brakowało błyskotliwych rezultatów, to jednak dowody nie wymagały szczególnej wiedzy matematycznej. Uwagi powyższe nigdy nie dotyczyły zespołu wrocławskiego, w którym różnorodność tematyki wprost uderzała (np. teoria operatorów Markowa, dynamika topologiczna, przekształcenia odcinka, zbieżność p.w., problematyka miar niezmienniczych, endomorfizmy miarowe, przekształcenia zachowujące miarę nieskończoną).

Zespół wrocławski przybyły do Torunia jesienią 1987 roku został zaskoczony wiadomością, że wszystkie wykłady trzeba będzie przedstawić w języku angielskim, ponieważ w tym czasie przebywał w Toruniu J. King. Jeśli mówię tu o zaskoczeniu, to tylko dlatego, że w tamtych czasach wszyscy (oczywiście z wyjątkiem A. Iwanika) mieliśmy z angielskim kłopoty. W czasie jednego z wykładów referujący nie będąc pewnym, czy coś dobrze sformułowal po angielsku zwrócił się do Kinga z pytaniem: ,,Do you understand?" Na co w odpowiedzi usłyszał: ,,Nye ma problemu". Po czym w innej sytuacji King, który już wiedział, że zaprzeczeniem ,,nie ma" jest ,,jest" stwierdził, że (a jednak!) ,,jest problemu". Zwrot ,,jest problemu" przetrwał w naszym środowisku przez długie lata na oznaczenie nieprecyzyjnych definicji, czy rozumowań. W każdym razie w czasie tego spotkania A. Iwanik dowiedział się o problemie Kinga, który brzmiał następująco: Czy każda metryczna grupa monotetyczna (ośrodkowa i zupełna) może być zrealizowana jako słabe domknięcie potęg pewnego automorfizmu ergodycznego (przypomnijmy, że J. King udowodnił wcześniej twierdzenie, które orzeka, że centralizator układu rangi 1 jest grupą monotetyczną). Wkrótce ukazała się praca Profesora Iwanika na ten temat – pytanie sformułowane przez Kinga było trochę naiwnie i Iwanik udzielił jedynej sensownej odpowiedzi: Jeśli grupa monotetyczna posiada dobrą reprezentację unitarną, to odpowiedź jest twierdząca (Iwanik użył tu zgrabnego argumentu, że mocne domknięcia w $L^2(\mathbf{T}, \sigma)$ i $L^2(\mathbf{T}, e^{\sigma})$ potęg z^n, $n \in \mathbf{Z}$, dają izomorficzne grupy monotetyczne, a następnie użył układów gaussowskich). Oczywiście na ogół odpowiedź na pytanie Kinga jest negatywna, bo istnieją grupy monotetyczne bez nietrywialnych reprezentacji unitarnych. Powyższa praca, która ukazała się w 1989 roku, była w zasadzie pierwszą pracą Profesora Iwanika z ,,czystej" teorii ergodycznej.

Sytuacja niejako powtórzyła się kilka lat później, gdy A. Iwanik dowiedział się od S. Ferencziego o słynnym (i otwartym do dziś) problemie Thouvenota: Czy prawdą jest, że krotność izometrii w L^1 indukowanej automorfizmem ergodycznym wynosi zawsze 1? Wydaje mi się, że w roku 1990 (praca ukazała się rok później w BSMF) A. Iwanik ogłosił dość sensacyjny rezultat, że dla układów Bernoulliego krotność stowarzyszonej izometrii jest nieskończona w L^p dla dowolnego $p > 1$. Dowód Iwanika wykorzystywał metody analizy harmonicznej – dla ciągłego, ergodycznego automorfizmu grupowego v zwartej grupy abelowej A rozpatruje się działanie dualne $\hat{v}$. Okazuje się, że dla charakteru $\chi \in \hat{A}$, trajektoria $O(\chi) = \{\hat{v}^n(\chi) : n \in \mathbf{Z}\}$ jest zbiorem Sidona. Wynika stąd równoważność norm dla funkcji z $L^q_E(A)$ ($q \geq 2$), tzn. funkcji, których nośnikiem transformaty Fouriera jest zbiór $E = O(\chi_1) \cup \ldots \cup O(\chi_k)$ ($k \geq 1$). To powoduje, że istnieje ciągła projekcja z $L^p(A)$ ($1 < p \leq 2$) na przestrzeń $L^2_E(A)$, co oznacza, że krotność skończona jest wykluczona. Wydaje mi się, że jest to jeden z najlepszych rezultatów Profesora Iwanika (a może nawet Jego najlepszy rezultat) w teorii ergodycznej.

W latach 90-tych w grupie toruńskiej nastąpił gwałtowny rozwój, pojawiły się nowe tematyki badawcze, a cała ekipa wkroczyła niejako na międzynarodowe salony ergodyczne. W latach 1991-92 wraz w prof. J. Kwiatkowskim i D. Rudolphem zajmowaliśmy się problemem, czy konstrukcje mierzalne produktów Anzaia o nietypowych własnościach (np. dwa produkty Anzaia, które są słabo izomorficzne, ale nie są izomorficzne) można przeprowadzić w klasie dyfeomorfizmów. W czasie jednego ze spotkań we Wrocławiu referowałem rezultaty dotyczące analitycznych kocykli Anzaia, m.in. rezultat, że jeśli funkcja f jest analityczna (i nie jest wielomianem trygonometrycznym), to zbiór obrotów, dla których kocykl $e^{2\pi i f}$ jest słabo mieszający, jest zbiorem rezydualnym. Rezultat ten, a raczej jego dowód, wywołał duże zainteresowanie T. Downarowicza i A. Iwanika. Następnego dnia panowie ci, zachowując dotychczasową strukturę dowodu, zredukowali założenie analitycznoości do warunku typu $C^{1+\delta}$, wykorzystując m.in. własności funkcji ϕ Eulera. Oczywiście w pracy o kocyklach analitycznych, która ukazała się w Isr. J. Math. w 1994 roku znalazły się specjalne podziękowania.

Wydaje mi się, że był to początek mojej bardzo ścisłej współpracy naukowej z Profesorem Iwanikiem. W tym czasie obaj byliśmy zaskoczeni możliwością uzyskania prostych dowodów (wykorzystujących jedynie całkowania przez części całek Stjeltjesa wraz z pewnymi naturalnymi szacowaniami wahań funkcji) twierdzeń typu: niezerowość stopnia topologicznego gładkiego kocyklu Anzaia implikuje widmo Lebesgue'a (w uzupełnieniu ortogonalnym obrotu). Ciekawe, że tym problemem zajmowali się i znani matematycy (np. Kusznirenko), którzy opublikowali bardzo częściowe rezultaty. Z drugiej strony znikanie stopnia topologicznego implikuje dla takich kocykli widmo singularne i chodziło o to, na ile założenie absolutnej ciągłości jest w tym ciągu twierdzeń istotne. Po spotkaniu we Wrocławiu, A. Iwanik przyjechał do Torunia na kilka dni, które spędziliśmy (pracując od rana do wieczora) na dość koszmarnych rachunkach poszukując tzw. zbiorów przyszpilających w pewnej klasie ciągłych kocykli o wahaniu ograniczonym, których stopień topologiczny wynosił 1. Pomysł konstrukcji pochodził od D. Rudolpha, ale realizacja wydawała się niezwykle skomplikowana. Czytelnikowi należy się tu wyjaśnienie, że pierwszym matematykiem, który zauważył związki pomiędzy stopniem topologicznym, a własnościami ergodycznymi pewnych dyfeomorfizmów na torusach był H. Furstenberg. W swojej słynnej pracy o kocyklach Anzaia z 1961 roku, H. Furstenberg dowodzi m.in., że kocykle Lipchitza o niezerowym stopniu topologicznym są ergodyczne. Po zakończeniu dowodu twierdzenia pisze (w wolnym tłumaczeniu): Dalsze osłabianie założeń gładkości kocyklu nie wydaje się możliwe, gdyż istnieją kocykle o wahaniu ograniczonym i niezerowym stopniu topologicznym, które są kobrzegami; jednakże odpowiednia konstrukcja jest skomplikowana i brak tu miejsca na jej zamieszczenie. Wszystko to trochę w stylu Fermata nie było dość jasne, tym bardziej, że sam Furstenberg nagabywany przez Rudolpha nie bardzo mógł sobie przypomnieć, o jaki rezultat mu chodziło. Nasza (wspólna z D. Rudolphem praca) o absolutnie ciągłych kocyklach Anzaia podająca m.in. zapowiedzianą przez H. Furstenberga konstrukcję ukazała się ostatecznie w Isr. J. Math. w 1993 roku. Należy dodać, że tematyka dyfeomorfizmów danych przez kocykle Anzaia i ich naturalnych uogólnień była kontynuowana (np. prace Iwanika-Serafina i samego Iwanika), a najgłębsze wyniki w tej dziedzinie zostały osiągnięte w ostatnich latach przez K. Frączka.

Niezwykle ciekawa okazała się tematyka ciągów Toeplitza z punktu widzenia dynamiki topologicznej. Chyba nie pomylę się bardzo, jeśli stwierdzę, że po tematyce produktów skośnych, właśnie ciągi Toeplitza były na drugim miejscu, jeśli chodzi o liczbę wygłoszonych na określony temat referatów. Ciągami Toeplitza zajmowali się: W. Bułatek, T. Downarowicz, A. Iwanik i J. Kwiatkowski (i przez pewien czas T. Rojek). Zajmując tutaj pozycję kibica mogłem jedynie śledzić szybkość i głębokość rozwijającej się błyskawicznie teorii, która na arenie międzynarodowej stała się jakby polską specjalnością. Nie sposób nie wspomnieć tutaj pięknego twierdzenia Downarowicza, że każdy sympleks Choqueta ma realizację w postaci sympleksu miar niezmienniczych minimalnego układu wyznaczonego przez ciąg Toeplitza (było to rozwiązanie problemu postawionego w latach 50-tych). Innym spektakularnym wynikiem Downarowicza była odpowiedź na pytanie J. Kwiatkowskiego, czy każdy ciąg Toeplitza jest koalescentny (problem ten pozostawał przez kilka lat otwarty). W pewnych klasach ciągów Toeplitza Bułatek i Kwiatkowski pokazali koalescentność, ale ostatecznie Downarowicz wykazał istnienie niekoalescentnych ciągów Toeplitza. Żeby docenić złożoność rozumowania Downarowicza należy zdać sobie sprawę, że kontrprzykład to pewien ciąg Toeplitza na trzynastu symbolach, a ostateczna konstrukcja ciągu Toeplitza (a więc jakby tworu jednowymiarowego) pojawiła się z rozważań dwuwymiarowych i wymagała rozwinięcia metod macierzy toeplitzowskich. Na ile ciągi Toeplitza, to klasa ,,wszystkich" możliwych dynamik symbolowych zajmowało w badaniach i dyskusjach niemało miejsca (prace Downarowicza, Iwanika, Kwiatkowskiego i Lacroix). Wreszcie ukoronowaniem tej blisko 10-letniej tematyki była głęboka praca Downarowicza i Lacroix z 1998 roku, którzy najpierw uogólnili twierdzenie Furstenberga-Weissa o równoważności potoku posiadającego faktor z pewnym prawie automorficznym rozszerzeniem tegoż faktora, a następnie jako wniosek otrzymali, że każda minimalna dynamika symbolowa, która jest prawie automorficznym rozszerzeniem hodometra pochodzi od ciągu Toeplitza.

Niezwykle popularną tematyką w czasie tych kilkunastu lat spotkań był problem rangi automorfizmu, przy czym najczęściej chodziło tu o związazki rangi z innymi niezmiennikami (np. krotnością spektralną, czy centralizatorem). Przez rangę przeszli właściwie wszyscy (na pewno dotyczy to zespołu toruńskiego, ale i większości grupy wrocławskiej), tzn. niemal wszyscy mieli istotne wyniki w tym zakresie. Historia tych wyników zasługuje niewątpliwie na osobny opis. Ukoronowaniem tej tematyki była seria prac J. Kwiatkowskiego (niektóre z nich były wspólne z S. Ferenczim, Y. Lacroix, C. Mauduit) z lat 90-tych, w których wykazano, że poza znaną zależnością, że ranga szacuje krotność spektralną, innych zależności być nie może (pytanie tego typu pojawiło się w jednej z prac M.K. Mentzena z 1988 roku). Powinienem tu dodać, że zrozumieć i docenić trudności związane z pojęciem rangi może tylko ten, kto się tym pojęciem naprawdę zajmował.

W latach 1994-98 nastąpiły istotne zaburzenia, jeśli chodzi o regularność naszych spotkań. Nie było to związane z obniżeniem aktywności naukowej. Wręcz przeciwnie, poziom matematyki uprawianej w obu ośrodkach sprawił, że wielu z nas było zapraszanych na coraz dłuższe wyjazdy zagraniczne, co oczywiście zupełnie dezorganizowało możliwość regularnych spotkań. Nie będąc samym bez ,,winy", jako przykład można podać, że na jesienne spotkanie do Wrocławia w 1996 roku udałem się jedynie z dr. K. Frączkiem.

Jest rok 2000. Czas zdać sobie sprawę, jaką drogę przebyliśmy i do czego doszliśmy. Niech miarą naszego sukcesu będzie fakt, że w ciągu ostatnich 11 lat zorganizowaliśmy 4 duże międzynarodowe konferencje (2 w Szklarskiej Porębie i 2 w Toruniu), w których wzięło udział wielu wybitnych matematyków z całego świata. Należy życzyć sobie, aby nasza współpraca trwała dalej. Pozostaje żal, że śmierć wyrwała z naszego grona tego, który przez nas wszystkich był postrzegany jako ten najlepszy.