

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw XIII (8 IV 2003)

Zadanie 1. Znajdź największą liczbę naturalną n o tej własności, że suma cyfr sumy cyfr sumy cyfr dowolnej liczby n -cyfrowej jest liczbą jednocyfrową.

Zadanie 2. Iloczyn pewnych dwóch dodatnich liczb całkowitych jest podzielny przez ich sumę. Wykaż, że w rozkładzie tej sumy na iloczyn potęg różnych liczb pierwszych wszystkie wykładniki są większe od 1.

Zadanie 3. Dane są liczby rzeczywiste a, b, c . Udowodnij, że jeżeli $(a + b + c) \cdot c < 0$, to równanie $ax^2 + bx + c = 0$ ma pierwiastek rzeczywisty.

Zadanie 4. Dany jest punkt P leżący wewnątrz równoległoboku $ABCD$. Wykaż, że suma pól trójkątów ABP i CDP jest równa sumie pól trójkątów BCP i DAP . Czy podobna własność zachodzi, gdy punkt P leży na zewnątrz równoległoboku?

Zadanie 5. Wyprowadź wzór na przekątną pięciokąta foremnego.