

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw 1. (1 X 2002)

Zadanie 1. Niech n będzie dowolną liczbą naturalną. Udowodnij, że suma $1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2n} + 4^{2n+1}$ dzieli się przez 5.

Zadanie 2. Pokaż, że jeśli $2^x = 3$ i $5^y = 3$, to $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 2$.

Zadanie 3. Wyznacz wszystkie pary liczb rzeczywistych, których różnica jest równa ilorazowi.

Zadanie 4. Dany jest prostokąt $n \times 2$. Z lewego górnego rogu idziemy do prawego dolnego po liniach kratki, ale poruszać się możemy tylko w prawo lub w dół. Ile jest możliwych dróg?

Zadanie 5. Dwa okręgi są styczne w punkcie S . Przez ten punkt poprowadzono proste KL i MN , odpowiednio, przecinające pierwszy okrąg w punktach K i M , a drugi w L i N . Udowodnij, że $KM \parallel LN$.