Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

20 V 2003 *Bukiet 15*

Załóżmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ została przedstawiona w postaci $f = f_0 + f_1$, gdzie $f_0, f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f_0 jest funkcją parzystą, a f_1 jest funkcją nieparzystą.

1. Mając dane $f_0(x)$ i $f_1(x)$ dla pewnego x, napisz, czemu jest równe $f(x)$ i $f(-x)$.

2. Mając dane $f(x)$ i $f(-x)$ dla pewnego x, oblicz $f_0(x)$ i $f_1(x)$.

3. Znajdź f_0 i f_1, jeśli f jest postaci:

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b, c są danymi liczbami rzeczywistymi;

b) $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, gdzie $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ są danymi liczbami rzeczywistymi;

c) $f(x) = a \sin x + b \cos x$, gdzie a, b są danymi liczbami rzeczywistymi.

4. Udowodnij, że dowolną funkcję $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ można dokładnie jednym sposobem przedstawić w postaci sumy funkcji parzystej i funkcji nieparzystej.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

20 V 2003 *Bukiet 15*

Załóżmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ została przedstawiona w postaci $f = f_0 + f_1$, gdzie $f_0, f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f_0 jest funkcją parzystą, a f_1 jest funkcją nieparzystą.

1. Mając dane $f_0(x)$ i $f_1(x)$ dla pewnego x, napisz, czemu jest równe $f(x)$ i $f(-x)$.

2. Mając dane $f(x)$ i $f(-x)$ dla pewnego x, oblicz $f_0(x)$ i $f_1(x)$.

3. Znajdź f_0 i f_1, jeśli f jest postaci:

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b, c są danymi liczbami rzeczywistymi;

b) $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, gdzie $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ są danymi liczbami rzeczywistymi;

c) $f(x) = a \sin x + b \cos x$, gdzie a, b są danymi liczbami rzeczywistymi.

4. Udowodnij, że dowolną funkcję $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ można dokładnie jednym sposobem przedstawić w postaci sumy funkcji parzystej i funkcji nieparzystej.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

20 V 2003 *Bukiet 15*

Załóżmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ została przedstawiona w postaci $f = f_0 + f_1$, gdzie $f_0, f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f_0 jest funkcją parzystą, a f_1 jest funkcją nieparzystą.

1. Mając dane $f_0(x)$ i $f_1(x)$ dla pewnego x, napisz, czemu jest równe $f(x)$ i $f(-x)$.

2. Mając dane $f(x)$ i $f(-x)$ dla pewnego x, oblicz $f_0(x)$ i $f_1(x)$.

3. Znajdź f_0 i f_1, jeśli f jest postaci:

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b, c są danymi liczbami rzeczywistymi;

b) $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, gdzie $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ są danymi liczbami rzeczywistymi;

c) $f(x) = a \sin x + b \cos x$, gdzie a, b są danymi liczbami rzeczywistymi.

4. Udowodnij, że dowolną funkcję $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ można dokładnie jednym sposobem przedstawić w postaci sumy funkcji parzystej i funkcji nieparzystej.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

20 V 2003 *Bukiet 15*

Załóżmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ została przedstawiona w postaci $f = f_0 + f_1$, gdzie $f_0, f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f_0 jest funkcją parzystą, a f_1 jest funkcją nieparzystą.

1. Mając dane $f_0(x)$ i $f_1(x)$ dla pewnego x, napisz, czemu jest równe $f(x)$ i $f(-x)$.

2. Mając dane $f(x)$ i $f(-x)$ dla pewnego x, oblicz $f_0(x)$ i $f_1(x)$.

3. Znajdź f_0 i f_1, jeśli f jest postaci:

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b, c są danymi liczbami rzeczywistymi;

b) $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, gdzie $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ są danymi liczbami rzeczywistymi;

c) $f(x) = a \sin x + b \cos x$, gdzie a, b są danymi liczbami rzeczywistymi.

4. Udowodnij, że dowolną funkcję $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ można dokładnie jednym sposobem przedstawić w postaci sumy funkcji parzystej i funkcji nieparzystej.