Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 XII 2002 *Bukiet 6*

W tym bukiecie dopuszczamy zapis dziesiętny liczby naturalnej zaczynający się od samych zer. Oznacza to, że za liczby n-cyfrowe uważamy liczby od 0 do $10^n - 1$. Ponadto dla każdej liczby naturalnej jest określona jej n-cyfrowa końcówka (na przykład czterocyfrową końcówką liczby 12 jest 0012).

Mówimy, że liczba A spełnia warunek $\mathcal{W}_n$ (gdzie n jest liczbą naturalną), jeśli jej n-cyfrowa końcówka jest taka sama jak n-cyfrowa końcówka liczby A^2, czyli $10^n \mid A^2 - A$.

1. Znajdź wszystkie liczby jednocyfrowe spełniające warunek $\mathcal{W}_1$.

W zadaniach 2. i 3. chcemy dla danej liczby n-cyfrowej A_n spełniającej warunek $\mathcal{W}_n$ znaleźć taką cyfrę a_n, by liczba $n+1$-cyfrowa $A_{n+1} = 10^n \cdot a_n + A_n$ spełniała warunek $\mathcal{W}_{n+1}$.

2. Pokaż, że dla: a) $A_n = 0$, b) $A_n = 1$, jedyna możliwość to $a_n = 0$, i wówczas a) $A_{n+1} = 0$, b) $A_{n+1} = 1$.

3. Jaką cyfrę należy przyjąć za a_n, jeśli ostatnią cyfrą A_n jest: a) 5, b) 6? Podaj te cyfry dla $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Udowodnij, że dla każdego n istnieją dokładnie cztery liczby n-cyfrowe (czyli od 0 do $10^n - 1$) spełniające warunek $\mathcal{W}_n$.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 XII 2002 *Bukiet 6*

W tym bukiecie dopuszczamy zapis dziesiętny liczby naturalnej zaczynający się od samych zer. Oznacza to, że za liczby n-cyfrowe uważamy liczby od 0 do $10^n - 1$. Ponadto dla każdej liczby naturalnej jest określona jej n-cyfrowa końcówka (na przykład czterocyfrową końcówką liczby 12 jest 0012).

Mówimy, że liczba A spełnia warunek $\mathcal{W}_n$ (gdzie n jest liczbą naturalną), jeśli jej n-cyfrowa końcówka jest taka sama jak n-cyfrowa końcówka liczby A^2, czyli $10^n \mid A^2 - A$.

1. Znajdź wszystkie liczby jednocyfrowe spełniające warunek $\mathcal{W}_1$.

W zadaniach 2. i 3. chcemy dla danej liczby n-cyfrowej A_n spełniającej warunek $\mathcal{W}_n$ znaleźć taką cyfrę a_n, by liczba $n+1$-cyfrowa $A_{n+1} = 10^n \cdot a_n + A_n$ spełniała warunek $\mathcal{W}_{n+1}$.

2. Pokaż, że dla: a) $A_n = 0$, b) $A_n = 1$, jedyna możliwość to $a_n = 0$, i wówczas a) $A_{n+1} = 0$, b) $A_{n+1} = 1$.

3. Jaką cyfrę należy przyjąć za a_n, jeśli ostatnią cyfrą A_n jest: a) 5, b) 6? Podaj te cyfry dla $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Udowodnij, że dla każdego n istnieją dokładnie cztery liczby n-cyfrowe (czyli od 0 do $10^n - 1$) spełniające warunek $\mathcal{W}_n$.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 XII 2002 *Bukiet 6*

W tym bukiecie dopuszczamy zapis dziesiętny liczby naturalnej zaczynający się od samych zer. Oznacza to, że za liczby n-cyfrowe uważamy liczby od 0 do $10^n - 1$. Ponadto dla każdej liczby naturalnej jest określona jej n-cyfrowa końcówka (na przykład czterocyfrową końcówką liczby 12 jest 0012).

Mówimy, że liczba A spełnia warunek $\mathcal{W}_n$ (gdzie n jest liczbą naturalną), jeśli jej n-cyfrowa końcówka jest taka sama jak n-cyfrowa końcówka liczby A^2, czyli $10^n \mid A^2 - A$.

1. Znajdź wszystkie liczby jednocyfrowe spełniające warunek $\mathcal{W}_1$.

W zadaniach 2. i 3. chcemy dla danej liczby n-cyfrowej A_n spełniającej warunek $\mathcal{W}_n$ znaleźć taką cyfrę a_n, by liczba $n+1$-cyfrowa $A_{n+1} = 10^n \cdot a_n + A_n$ spełniała warunek $\mathcal{W}_{n+1}$.

2. Pokaż, że dla: a) $A_n = 0$, b) $A_n = 1$, jedyna możliwość to $a_n = 0$, i wówczas a) $A_{n+1} = 0$, b) $A_{n+1} = 1$.

3. Jaką cyfrę należy przyjąć za a_n, jeśli ostatnią cyfrą A_n jest: a) 5, b) 6? Podaj te cyfry dla $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Udowodnij, że dla każdego n istnieją dokładnie cztery liczby n-cyfrowe (czyli od 0 do $10^n - 1$) spełniające warunek $\mathcal{W}_n$.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 XII 2002 *Bukiet 6*

W tym bukiecie dopuszczamy zapis dziesiętny liczby naturalnej zaczynający się od samych zer. Oznacza to, że za liczby n-cyfrowe uważamy liczby od 0 do $10^n - 1$. Ponadto dla każdej liczby naturalnej jest określona jej n-cyfrowa końcówka (na przykład czterocyfrową końcówką liczby 12 jest 0012).

Mówimy, że liczba A spełnia warunek $\mathcal{W}_n$ (gdzie n jest liczbą naturalną), jeśli jej n-cyfrowa końcówka jest taka sama jak n-cyfrowa końcówka liczby A^2, czyli $10^n \mid A^2 - A$.

1. Znajdź wszystkie liczby jednocyfrowe spełniające warunek $\mathcal{W}_1$.

W zadaniach 2. i 3. chcemy dla danej liczby n-cyfrowej A_n spełniającej warunek $\mathcal{W}_n$ znaleźć taką cyfrę a_n, by liczba $n+1$-cyfrowa $A_{n+1} = 10^n \cdot a_n + A_n$ spełniała warunek $\mathcal{W}_{n+1}$.

2. Pokaż, że dla: a) $A_n = 0$, b) $A_n = 1$, jedyna możliwość to $a_n = 0$, i wówczas a) $A_{n+1} = 0$, b) $A_{n+1} = 1$.

3. Jaką cyfrę należy przyjąć za a_n, jeśli ostatnią cyfrą A_n jest: a) 5, b) 6? Podaj te cyfry dla $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Udowodnij, że dla każdego n istnieją dokładnie cztery liczby n-cyfrowe (czyli od 0 do $10^n - 1$) spełniające warunek $\mathcal{W}_n$.