Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

3 XII 2002 *Bukiet 5*

1. Wykaż, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 1$ i dowolnego rzeczywistego $x \geqslant -1$ zachodzi **nierówność Bernoulliego**

$$(1+x)^n \geqslant 1+nx.$$

Zauważ, że w tej nierówności ma miejsce równość dokładnie wtedy, gdy $n=1$ lub $x=0$.

2. Udowonij, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 2$ zachodzą nierówności:

a) $$\frac{(n-1)^n \cdot (n+1)^n}{n^{2n}} > \frac{n-1}{n},$$

b) $$\frac{n^{2n+2}}{(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n+1}} > \frac{n}{n-1}.$$

3. Pokaż, że:

a) ciąg $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ jest rosnący,

b) ciąg $b_n = (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ jest malejący.

4. Uzasadnij, że $a_k < b_l$ dla dowolnych naturalnych k, l.

5. Udowodnij, że ciągi (a_n) i (b_n) są zbieżne do tej samej granicy.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

3 XII 2002 *Bukiet 5*

1. Wykaż, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 1$ i dowolnego rzeczywistego $x \geqslant -1$ zachodzi **nierówność Bernoulliego**

$$(1+x)^n \geqslant 1+nx.$$

Zauważ, że w tej nierówności ma miejsce równość dokładnie wtedy, gdy $n=1$ lub $x=0$.

2. Udowonij, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 2$ zachodzą nierówności:

a) $$\frac{(n-1)^n \cdot (n+1)^n}{n^{2n}} > \frac{n-1}{n},$$

b) $$\frac{n^{2n+2}}{(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n+1}} > \frac{n}{n-1}.$$

3. Pokaż, że:

a) ciąg $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ jest rosnący,

b) ciąg $b_n = (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ jest malejący.

4. Uzasadnij, że $a_k < b_l$ dla dowolnych naturalnych k, l.

5. Udowodnij, że ciągi (a_n) i (b_n) są zbieżne do tej samej granicy.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

3 XII 2002 *Bukiet 5*

1. Wykaż, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 1$ i dowolnego rzeczywistego $x \geqslant -1$ zachodzi **nierówność Bernoulliego**

$$(1+x)^n \geqslant 1+nx.$$

Zauważ, że w tej nierówności ma miejsce równość dokładnie wtedy, gdy $n=1$ lub $x=0$.

2. Udowonij, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 2$ zachodzą nierówności:

a) $$\frac{(n-1)^n \cdot (n+1)^n}{n^{2n}} > \frac{n-1}{n},$$

b) $$\frac{n^{2n+2}}{(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n+1}} > \frac{n}{n-1}.$$

3. Pokaż, że:

a) ciąg $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ jest rosnący,

b) ciąg $b_n = (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ jest malejący.

4. Uzasadnij, że $a_k < b_l$ dla dowolnych naturalnych k, l.

5. Udowodnij, że ciągi (a_n) i (b_n) są zbieżne do tej samej granicy.

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

3 XII 2002 *Bukiet 5*

1. Wykaż, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 1$ i dowolnego rzeczywistego $x \geqslant -1$ zachodzi **nierówność Bernoulliego**

$$(1+x)^n \geqslant 1+nx.$$

Zauważ, że w tej nierówności ma miejsce równość dokładnie wtedy, gdy $n=1$ lub $x=0$.

2. Udowonij, że dla dowolnego naturalnego $n \geqslant 2$ zachodzą nierówności:

a) $$\frac{(n-1)^n \cdot (n+1)^n}{n^{2n}} > \frac{n-1}{n},$$

b) $$\frac{n^{2n+2}}{(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n+1}} > \frac{n}{n-1}.$$

3. Pokaż, że:

a) ciąg $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ jest rosnący,

b) ciąg $b_n = (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ jest malejący.

4. Uzasadnij, że $a_k < b_l$ dla dowolnych naturalnych k, l.

5. Udowodnij, że ciągi (a_n) i (b_n) są zbieżne do tej samej granicy.