

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw VIII (28 I 2003)

Zadanie 1. W pięciokącie (wypukłym) rysujemy wszystkie przekątne. Ile będzie trójkątów na rysunku?

Zadanie 2. Wykaż, że suma dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych jest parzysta, ale nie jest podzielna przez 4.

Zadanie 3. Udowodnij, że

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n-1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = n + 1.$$

Zadanie 4. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości a i b , a przeciwprostokątna ma długość c . Wykaż, że

$$\frac{a+b}{2} \leq \frac{c}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{ab}.$$

Zadanie 5. Wiadomo, że zbiór A ma a elementów, zbiór B ma b elementów, a zbiór $A \cap B$ ma n elementów. Ile elementów ma zbiór $A \cup B$?