

Matematyka dyskretna II
Zestaw 3 – Metoda włączeń i wyłączeń

1. Ile jest całkowitoliczbowych rozwiązań równania

$$x_1 + \dots + x_6 = 30$$

spełniających warunki

- (a) $0 \leq x_i \leq 10, i = 1, \dots, 6;$
- (b) $-10 \leq x_i \leq 20, i = 1, \dots, 6;$
- (c) $x_1 \leq 5, x_2 \leq 10, x_3 \leq 15, x_4 \leq 21, x_i \geq 0, i = 1, \dots, 6?$

2. Ile jest permutacji 26 liter alfabetu angielskiego, które nie zawierają jako podciągów kolejnych znaków żadnego z imion JAN, IREK, GUTEK ani TOM?

3. Ile jest ciągów n -wyrazowych, $n \geq 3$, złożonych z cyfr $0, 1, \dots, 9$ takich, że każda z cyfr $1, 2, 3$ występuje w każdym z ciągów co najmniej raz?

4. Na ile sposobów z talii 52 kart można wybrać 5 kart tak, aby otrzymać co najmniej jednego asa, co najmniej jednego króla i co najmniej jedną damę?

5. Jakie jest prawdopodobieństwo, że po rozdaniu kart do brydża ustalony gracz otrzyma cztery karty tego samego rodzaju (np. cztery dwójki)?

6. Ile jest permutacji zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, w których pierwsza liczba jest większa od 2, a ostatnia jest mniejsza od 9?

7. Ile jest permutacji zbioru $\{1, \dots, n\}$, w której żadne dwie sąsiednie liczby nie są parzyste?

8. Oblicz prawdopodobieństwo, że rzucając dziesięć razy dwoma kostkami do gry uzyskamy wszystkie pary $\{i, i\}$, gdzie $i = 1, \dots, 6$.

9. Ile jest macierzy zero-jedynkowych o wymiarach n na n , w których co najmniej jeden wiersz jest zerowy?

10. Przy okrągłym stole sadzamy n małżeństw, na przemian mężczyznę i kobietę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne małżeństwo nie będzie siedziało obok siebie?