

Matematyka dyskretna I
Zestaw 2

1. Znaleźć wzór na największą potęgę liczby pierwszej p dzielącą $n!$.
2. Rozłożyć na czynniki pierwsze liczbę $100!$.
3. Ilość zerami zakończonych jest rozwinięcie dziesiętne liczby $1000!$?
4. Ilość zerami zakończonych jest przedstawienie w systemie szesnastkowym liczby $200!$?

5. Udowodnić, że

$$S := 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n},$$

nie jest liczbą całkowitą dla $n > 1$.

6. Udowodnić, że jeśli n jest liczbą złożoną, to n ma dzielnik pierwszy nie przekraczający \sqrt{n} .

7. Udowodnić, że jeśli najmniejsza liczba pierwsza p dzieląca liczbę całkowitą dodatnią n przekracza $\sqrt[3]{n}$, to $\frac{n}{p} = 1$ lub $\frac{n}{p}$ jest liczbą pierwszą.

8. Niech p będzie liczbą pierwszą. Udowodnić, że $\binom{p}{k}$ liczbą podzielną przez p , dla $1 \leq k \leq p - 1$.

9. Niech p będzie liczbą pierwszą. Udowodnić, że $p \mid \binom{np}{p} - n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

10. Wykorzystując metodę Fermata przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych poniższe liczby.

(a) 22499.

(b) 37627.

(c) 46189.