

Zadanie 1. Wielomian $w(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ przy dzieleniu przez $x - 1$ daje resztę 1, a przy dzieleniu przez $x - 4$ resztę 6. Wyznacz a i b .

Zadanie 2. Pewien wielomian daje przy dzieleniu przez $x - 1$ resztę 2, przy dzieleniu przez $x - 2$ resztę 3, a przy dzieleniu przez $x - 3$ resztę 1. Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3).$$

Zadanie 3. Wyznacz resztę z dzielenia $g(x) = f(x^n)$ przez $f(x)$, gdzie

$$f(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1.$$

Zadanie 4. Niech $f(x)$ będzie wielomianem oraz niech $n \in \mathbb{N}$. Wykaż, że jeśli $f(x^n)$ dzieli się przez $(x - 1)$, to dzieli się również przez $x^{n-1} + \dots + x + 1$.

Zadanie 5. Wielomian $P(x)$ stopnia n spełnia warunek $P(k) = \frac{k}{k+1}$ dla $k = 0, 1, \dots, n$. Wyznacz $P(n+1)$.

Zadanie 6. Udowodnij, że jeżeli wielomian f o współczynnikach całkowitych przyjmuje dla czterech różnych argumentów całkowitych wartość 1, to dla żadnego argumentu całkowitego nie przyjmie wartości -1 .

Zadanie 7. Znaleźć wszystkie wielomiany $P(x)$ spełniające dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$ równość

$$xP(x-1) = (x-2)P(x).$$

Zadanie 8. Niech $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$, $S(x)$ będą wielomianami spełniającymi równanie

$$P(x^5) + xQ(x^5) + x^2R(x^5) = (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)S(x).$$

Wykaż, że $(x - 1)$ jest czynnikiem wielomianu $P(x)$.

Zadanie 9. Czy istnieje niezerowy wielomian $f(x)$ spełniający równanie $xf(x-1) = (x+1)f(x)$ dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$?