

Zadanie 1. Wykaż, że w grupie $N \geq 2$ osób istnieją dwie osoby, które mają wśród członków tej grupy tyle samo znajomych. Relacja znajomości jest symetryczna.

Zadanie 2. Uzasadnij, że spośród 37 liczb niepodzielnych przez 7 zawsze można wybrać 7 liczb, których suma dzieli się przez 7.

Zadanie 3. Wykaż, że wśród liczb $1, 11, 111, \dots$ istnieje 1000 liczb podzielnych przez 2023.

Zadanie 4. Ze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n - 1\}$ wybrano $n + 1$ różnych liczb. Wykaż, że wśród nich istnieją trzy takie, z których jedna jest sumą dwóch pozostałych.

Zadanie 5. Udowodnij, że jeżeli liczby całkowite m i n są względnie pierwsze, to istnieje taka liczba naturalna k , że $m^k - 1$ jest liczbą podzielną przez n .

Zadanie 6. W kwadracie o boku 4 leży 17 punktów. Uzasadnij, że da się znaleźć dwa punkty, których odległość jest nie większa niż $\sqrt{2}$.

Zadanie 7. Udowodnij, że każdy wielościan wypukły ma co najmniej dwie ściany o tej samej liczbie boków.

Zadanie 8. Każdą kratkę kartki w kratkę pomalowano na czerwono lub niebiesko. Udowodnij, że można znaleźć cztery kratki jednego koloru, których środki są wierzchołkami prostokąta.

Zadanie 9. Każdy z 2016 członków parlamentu spoliczkował dokładnie jednego kolegę. Wykaż, że można z tego parlamentu wybrać delegację 671 osób wśród których żadna osoba nie spoliczkowała pozostałych.

Zadanie 10. Zaznaczono 100 punktów kratowych tablicy 10×10 . Ile prostych nierównoległych do żadnego z boków tablicy potrzeba narysować, aby przez każdy punkt przechodziła przynajmniej jedna prosta?

Zadanie 11. 23 dodatnie liczby całkowite (niekoniecznie różne) zapisano w rzędzie. Udowodnij, że można umieścić między nimi nawiasy, znaki dodawania i znaki mnożenia w taki sposób, że wynik działania będzie podzielny przez 2000.

Zadanie 12. Trójkąt ostrokątny przecięto na dwie części (niekoniecznie trójkątne). Następnie jedną z tych części znowu przecięto na dwa kawałki i tak dalej: w każdym kroku jedna z wcześniej uzyskanych części jest cięta na dwa kawałki. Po kilku takich cięciach wszystkie kawałki były trójkątami. Czy jest możliwe, że wszystkie te trójkąty są rozwartokątne?