

Zadanie 1. W trójkącie ostrokątnym ABC punkt M jest środkiem boku BC . Niech P będzie rzutem punktu C na prostą AM . Oraz niech Q będzie drugim punktem przecięcia okręgu opisanego na trójkącie ABP z odcinkiem CB . Wykaż, że jeśli N jest środkiem odcinka AQ , to $NB = NC$.

Zadanie 2. W zapisie dziesiętnym ułamki $A, B \in (0, 1/2)$ są okresowe, o okresie *minimalnym* odpowiednio 6 i 12. Jakie są wszystkie możliwe okresy minimalne liczby $A + B$?

Zadanie 3. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b zachodzi nierówność

$$\frac{a+b}{2} \cdot \frac{a^2+b^2}{2} \cdot \frac{a^3+b^3}{2} \leq \frac{a^6+b^6}{2}.$$

Zadanie 4. Na okręgu obrano $n > 2$ punktów i każdy z nich połączono odcinkiem z każdym innym. Czy można narysować łamaną, która zawierać będzie wszystkie te odcinki, każdy dokładnie raz i zakończy się tym samym punkcie, którym się zaczęła?