

Zadanie 1. Oblicz sumę $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$.

Zadanie 2. Oblicz sumę $\sum_{k=1}^n k \cdot k!$.

Zadanie 3. Oblicz iloczyn $\prod_{k=1}^n k^k \cdot k!$.

Zadanie 4. Oblicz sumę $\sum_{k=1}^n k^2$.

Zadanie 5. Oblicz sumę (dla $x \neq 1$) $\sum_{k=1}^n \frac{x^{2^{k-1}}}{1-x^{2^k}}$.

Zadanie 6. Niech m będzie liczbą naturalną. Oblicz sumę $\sum_{k=1}^m k(k+1) \dots (k+m)$.

Zadanie 7. Oblicz iloczyn $\prod_{k=2}^n \frac{k^3-1}{k^3+1}$.

Zadanie 8. Rozważmy ciąg (a_n) taki, że $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{1}{4}$ oraz $a_{n+1} = \frac{(n-1)a_n}{n-a_n}$ dla $n \geq 2$.

- Znajdź wzór jawny na a_n .
- Udowodnij, że $\sum_{n=1}^k a_n^2 < \frac{7}{6}$.

Zadanie 9. Niech n będzie liczbą naturalną. Wykaż, że

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{k^4 + k^2 + 1} = \frac{1}{n^2 + n + 1} \sum_{k=1}^n k.$$

Zadanie 10. Ciąg liczb rzeczywistych spełnia zależność

$$x_0 = 0, nx_n = (n-2)x_{n-1} + (n-1)^2, \forall n \geq 1.$$

Znajdź wzór jawny na x_n .